Ley de Faraday

9. Una bobina de 100 vueltas tiene un radio de 4,0 cm y una resistencia de 25 Ω. ¿A qué velocidad deberá variar un campo magnético perpendicular a la misma para producir en ella una corriente de 4,0 A?

10. Demostrar que si el flujo que atraviesa cada vuelta de una bobina de N vueltas y resistencia R varía desde ϕ_{m1} hasta ϕ_{m2} de cualquier manera, la carga total que pasa por la bobina viene dada por $Q = N(\phi_{m2} - \phi_{m1})/R$.

11. El flujo que atraviesa una espira viene dado por $\phi_m = (t^2 - 4t) \times 10^{-1}$ T-m², viniendo dado t en segundos. (a) Hallar la fem inducida $\mathcal{E}$ en función del tiempo. (b) Hallar ϕ_m y $\mathcal{E}$ para $t = 0$, $t = 2$ s, $t = 4$ s y $t = 6$ s.

12. En el caso del flujo dado en el Ejercicio 11, hacer una representación de ϕ_m en función de t y de $\mathcal{E}$ en función de t. (a) ¿En qué instante es máximo el flujo? ¿Cuál es la fem en dicho momento? (b) ¿En qué momento es cero el flujo? ¿Cuál es la fem en estos momentos?

13. Una bobina circular de 100 espiras tiene un diámetro de 2,0 cm y una resistencia de 50 Ω. El plano de la bobina es perpendicular a un campo magnético uniforme de valor 1,0 T. El campo sufre una inversión repentina de sentido. (a) Hallar la carga total que pasa a través de la bobina. Si la inversión emplea un tiempo de 0,1 s, hallar (b) la corriente media que circula por dicho circuito y (c) la fem media en el mismo.

14. Una bobina de 1000 vueltas, 300 cm² de área de sección recta y 15 Ω de resistencia se orienta de modo que su plano es perpendicular al campo magnético terrestre de 0,7 G (en el ecuador). Si se hace girar 90° la bobina, ¿cuánta carga fluirá a su través?

15. Una bobina circular de 300 vueltas y un radio de 5,0 cm se conecta a un galvanómetro balístico. La resistencia total del circuito es 20 Ω. El plano de la bobina se orienta inicialmente de modo que sea perpendicular al campo magnético terrestre en un punto determinado. Cuando se hace girar a la bobina 90°, la carga que pasa a través del galvanómetro se mide y resulta ser igual a 9,4 μC. Calcular el valor del campo magnético terrestre en dicho punto.

Sección 28-4, Corrientes de Foucault

No se proponen ejercicios para esta sección.

Sección 28-5, El betatrón.

16. Consideremos un plano perpendicular a un camino magnético **B** que es uniforme en una región circular de radio R y es esencialmente nulo fuera de la circunferencia ($r > R$). Demostrar que si el campo magnético se hace variar a un ritmo dB/dt, el campo eléctrico inducido a una distancia r del centro de la circunferencia es tangente a la circunferencia de radio r y tiene por valor.

$$E = \begin{cases} \dfrac{r}{2}\dfrac{dB}{dt} & \text{para } r < R \\ \dfrac{R^2}{2r}\dfrac{dB}{dt} & \text{para } r > R \end{cases}$$

Sección 28-6, Autoinducción

17. Por una bobina con una autoinducción de 0,8 H circula una corriente de 3 A, y varía a razón de 200 A/s. (*a*) Hallar el flujo magnético que atraviesa la bobina. (*b*) Hallar la fem inducida en la misma.

18. Por una bobina de autoinducción L circula una corriente I, dada por $I = I_0 \text{ sen } 2\pi ft$. Hallar el flujo ϕ_m y la fem autoinducida en función del tiempo y representarlos gráficamente.

19. Un solenoide tiene una longitud de 25 cm, un radio de 1 cm y 400 espiras. Por él circula una corriente de 3 A. Hallar (*a*) B en el eje y su centro, (*b*) el flujo que atraviesa el solenoide admitiendo que B es uniforme, (*c*) la autoinducción del solenoide y (*d*) la fem inducida en el solenoide cuando la corriente varía a razón del 150 A/s.

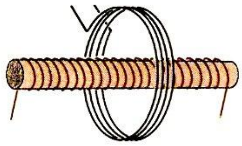

Figura 28-33
Ejercicio 20.

20. Una bobina circular con N_1 vueltas y un área A_1 rodea a un solenoide largo y enrollado en forma compacta de N_2 vueltas, área A_2 y longitud ℓ_2 según se indica en la Figura 28-33. Por el solenoide circula una corriente I_2. (*a*) Demostrar que el flujo que atraviesa la bobina circular debido a la corriente que circula por el solenoide viene dado por $\phi_{m1} = \mu_0 N_1(N_2/\ell_2)A_2I_2$. (*b*) Explicar la razón por la cual el flujo depende del área A_2 del solenoide y no del área de la bobina. (*c*) Hallar la inductancia mutua del solenoide y de la bobina. (*d*) Explicar la razón por la cual es mucho más difícil calcular la inductancia mutua admitiendo que existe una corriente I_1 en la bobina y hallar luego el flujo que atraviesa el solenoide debido a I_1.

21. Una bobina circular muy pequeña de N_1 vueltas y área A_1 está completamente en el interior de un solenoide largo y enrollado en forma compacta con su plano perpendicular al eje del solenoide. El solenoide tiene N_2 vueltas, un área A_2 y una longitud ℓ_2, circulando por él una corriente I_2. (*a*) Demostrar que el flujo que atraviesa la bobina circular debido a la corriente del solenoide viene dado por $\phi_{m1} = \mu_0 N_1(N_2/\ell_2)A_2I_2$. (*b*) Hallar la inductancia mutua de la bobina y del solenoide. (*c*) Explicar la razón por la cual es mucho más difícil calcular la inductancia mutua suponiendo que circula la corriente I_1 por la bobina y hallando luego el flujo que atraviesa el solenoide debido a esta corriente I_1.

Sección 28-7, Circuitos *LR*

22. La corriente en un circuito LR es cero en el instante $t = 0$ y aumenta hasta la mitad de su valor final en 4,0 s. (*a*) ¿Cuál es la constante de tiempo de este circuito? (*b*) Si la resistencia total es 5 Ω, ¿cuál es la autoinducción?

23. Una bobina de 8,0 Ω de resistencia y una autoinducción de 4,0 H se conecta repentinamente a una diferencia de potencial constante de 100 V. Supongamos que el instante de la conexión es $t = 0$ y en él la corriente es nula. Hallar la corriente I y su variación respecto al tiempo dI/dt en los instantes (*a*) $t = 0$, (*b*) $t = 0{,}1$ s, (*c*) $t = 0{,}5$ s, y (*d*) $t = 1{,}0$ s.

24. ¿Cuántas constantes de tiempo deben transcurrir antes de que la corriente en un circuito LR que era inicialmente cero alcance (*a*) el 90 por ciento, (*b*) el 99 por ciento y (*c*) el 99,9 por ciento de su valor final?

25. La corriente que circula por una bobina de 1 mH de autoinducción es 2,0 A en el instante $t = 0$, en el cual se le pone en paralelo a la bobina una resistencia. La resistencia total de la bobina más la resistencia es 10,0 Ω. Hallar la corriente después de (*a*) 0,5 ms, (*b*) 1 ms, (*c*) 10 ms.

26. Calcular la pendiente inicial dI/dt cuando $t = 0$ a partir de la Ecuación 28-33 y demostrar que si la corriente disminuye constantemente a este ritmo, sería cero después de una constante de tiempo.

27. En el Ejercicio 25, hallar el tiempo necesario para que la corriente disminuya hasta un electrón por segundo.

Sección 28-8, Energía magnética

28. Por un solenoide de 2000 espiras, 4 cm² de área y una longitud de 30 cm, circula una corriente de 4,0 A. (*a*) Calcular la energía magnética almacenada mediante la expresión $\frac{1}{2}LI^2$. (*b*) Dividir la respuesta obtenida en la parte (*a*) por el volumen del solenoide para hallar la energía magnética por unidad de volumen de éste. (*c*) Hallar B en el solenoide. (*d*) Calcular la densidad de energía magnética a partir de $\eta_m = B^2/2\mu_0$ y compararla con la obtenida en la parte (*b*).

29. En el circuito de la Figura 28-21 supongamos que $\varepsilon_0 = 12{,}0$ V, $R = 3{,}0$ Ω y $L = 0{,}6$ H. El interruptor se cierra en el instante $t = 0$ s. En el instante $t = 0{,}5$ s, hallar (*a*) el ritmo en que la batería suministra la potencia, (*b*) el efecto calorífico por unidad de tiempo, (*c*) la velocidad con que la energía se está almacenando en la bobina.

30. Repetir el Ejercicio 29 para el instante $t = 1$ s y $t = 100$ s.

31. Se conecta una bobina cuya autoinducción es 2,0 H y su resistencia 12,0 Ω a una batería de 24 V y de resistencia interna despreciable. (*a*) ¿Cuál es la corriente final? (*b*) ¿Cuánta energía se almacena en la bobina cuando se alcanza el valor final de la corriente?

32. En una onda electromagnética plana tal como una onda luminosa, los valores de los campos eléctricos y magnéticos están relacionados por $E = cB$, en donde $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ es la velocidad de la luz. Demostrar que en este caso las densidades de energía eléctrica y magnética son iguales.

33. Hallar (*a*) la energía magnética, (*b*) la energía eléctrica y (*c*) la energía total en un volumen de 1,0 m³ en el que existe un campo eléctrico de 10^4 V/m y un campo magnético de 1 T.

Sección 28-9, Circuitos LC y LCR

34. Demostrar a partir de las definiciones del henry y del faradio que la magnitud $1/\sqrt{LC}$ tiene unidades de s^{-1}.

35. ¿Cuál es el período de oscilación de un circuito LC compuesto por una bobina de 2 mH y un condensador de 20 μF?

36. ¿Qué autoinducción se necesita poner junto a un condensador de 80μF para contruir un circuito LC que oscile con una frecuencia de 60 Hz?

37. Un circuito LC tiene una capacidad C_1 y una autoinducción L_1. Otro circuito tiene unos valores $C_2 = {}^1/_2 C_1$ y $L_2 = 2L_1$ y un tercer circuito tiene los valores $C_3 = 2C_1$ y $L_3 = {}^1/_2 L_1$. (*a*) Demostrar que los tres circuitos oscilan con la misma frecuencia. (*b*) ¿En qué circuito circulará la mayor corriente máxima si en los tres casos se carga el condensador a un potencial V?

Problemas

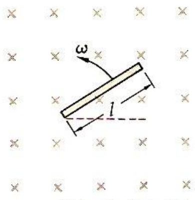

Figura 28-34
Problema 1.

1. Una varilla conductora de longitud l gira a velocidad angular constante ω alrededor de un extremo y en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme **B** (Figura 28-34). (*a*) Demostrar que la fuerza magnética sobre una carga q situada a una distancia r del eje de giro es $Bqr\omega$. (*b*) Demostrar que la diferencia de potencial existente entre los extremos de la varilla es $V = {}^1/_2 B\omega\ell^2$. (*c*) Dibujar una línea radial cualquiera en el plano a partir del cual midamos el ángulo $\theta = \omega t$. Demostrar que el área de la región en forma de cuña entre la línea de referencia y la varilla es $A = {}^1/_2\ell^2\theta$. Calcular el flujo que atraviesa esta área y demostrar que $\mathcal{E} = {}^1/_2 B\omega\ell^2$ se deduce a partir de la ley de Faraday aplicada a dicha área.

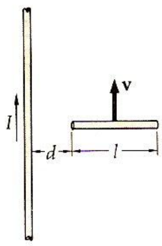

Figura 28-35
Problema 2.

2. Una varilla de longitud ℓ es perpendicular a un conductor rectilíneo largo por el que circula una corriente I, según puede verse en la Figura 28-35. El extremo cercano de la varilla está a una distancia d del conductor. La varilla se mueve con una velocidad v en el sentido de la corriente I. (*a*) Demostrar que la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla viene dada por

$$V = \frac{\mu_0 I}{2\pi} v \ln \frac{d + \ell}{d}$$

(*b*)Utilizar la ley de Faraday para obtener este resultado considerando el flujo que atraviesa un área rectangular $A = \ell v t$ barrida por la varilla.

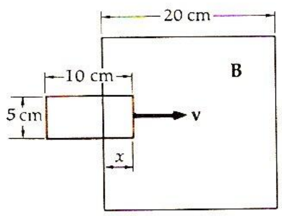

Figura 28-36
Problema 3.

3. Una espira rectangular de 10 por 5,0 cm y con una resistencia de 1 Ω se mueve por una región de un campo magnético uniforme de $B = 1{,}0$ T (Figura 28-36) con velocidad constante $v = 2{,}0$ cm/s. El extremo delantero de la espira entra en la región del campo magnético en el instante $t = 0$. (*a*) Hallar el flujo que atraviesa la espira en función del tiempo y dibujar un gráfico del mismo. (*b*) Hallar la fem y la corriente inducida en la espira en función del tiempo y dibujar un gráfico de las mismas. Despreciar cualquier autoinducción de la espira y ampliar los gráficos desde $t = 0$ hasta $t = 16$ s.

4. Demostrar que en el caso de dos bobinas L_1 y L_2 conectadas en serie, de tal modo que ninguno de los flujos de una de ellas atraviese a la otra, la autoinducción efectiva viene dada por $L = L_1 + L_2$.

5. Dos solenoides concéntricos tienen una misma longitud ℓ. El solenoide interno tiene n_1 vueltas por unidad de longitud y un radio r_1, mientras que el exterior tiene n_2 vueltas por unidad de longitud y un radio r_2 ($r_2 > r_1$). Hallar la autoinducción mutua de estos solenoides.

6. Demostrar que en el caso de dos bobinas L_1 y L_2 conectadas en paralelo de modo que el flujo de una de ellas no atraviese a la otra, la autoinducción efectiva viene dada por $1/L = 1/L_1 + 1L_2$.

7. Cuando la corriente que circula por una bobina determinada es 5,0 A y está aumentando a razón de 10,0 A/s, la diferencia de potencial en los extremos de la misma es 140 V. Cuando la corriente vale 5,0 A y está disminuyendo a razón de 10,0 A/s, la diferencia de potencial es 60 V. Hallar la resistencia y la autoinducción de la bobina.

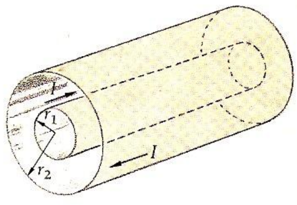

Figura 28-37
Problemas 8 y 10.

8. Un cable coaxial se compone de dos cilindros conductores de paredes muy delgadas cuyos radios son r_1 y r_2 (Figura 28-37). La corriente I circula en un sentido por el cilindro interior y en sentido contrario por el exterior. (a) Utilizar la ley de Ampère para hallar B y demostrar que $B = 0$ excepto en la región comprendida entre los conductores. (b) Demostrar que la densidad de energía magnética en la región comprendida entre los cilindros es

$$\eta_m = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$$

(c) Hallar la energía magnética de un elemento de volumen de la corteza cilíndrica de longitud ℓ y volumen $d\mathcal{V} = \ell\ 2\pi r\, dr$ e integrar el resultado para demostrar que la energía magnética total en el volumen de longitud ℓ comprendido entre los cilindros es

$$U_m = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2 \ell \ln \frac{r_2}{r_1}$$

(d) Utilizar el resultado de la parte (c) y $U_m = {}^1/_2 LI^2$ para demostrar que la autoinducción por unidad de longitud es

$$\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

9. En el circuito de la Figura 28-21 sea $\mathcal{E} = 12{,}0$ V, $R = 3{,}0\ \Omega$, y $L = 0{,}6$ H (como en el Ejercicio 29). Después de un tiempo $t = t_c$, hallar (a) la energía total suministrada por la batería, (b) la energía total disipada en forma de calor y (c) la energía almacenada en la bobina. *Indicación:* Hallar la velocidad de variación en función del tiempo e integrar desde $t = 0$ hasta $t = t_c = L/R$.

10. En la Figura 28-37 calcular el flujo que atraviesa un área rectangular de lados ℓ y $r_2 - r_1$ comprendida entre los conductores. Demostrar que la autoinducción por unidad de longitud puede hallarse a partir de $\phi_m = LI$ (ver parte (d) del Problema 8).

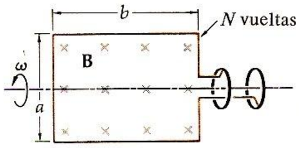

Figura 28-38
Problema 11.

11. La espira rectangular de un generador de corriente alterna de dimensiones a y b tiene N vueltas. Esta espira se conecta a unos anillos colectores (Figura 28-38) y gira con una velocidad angular en el interior de un campo magnético uniforme **B**. (a) Demostrar que la diferencia de potencial entre los dos anillos es $\mathcal{E} = NBab\omega$ sen ωt. (b) Si $a = 1{,}0$ cm, $b = 2{,}0$ cm, $N = 1000$ y $B = 2$T, ¿con qué frecuencia angular ω deberá hacerse girar la bobina para generar una fem cuyo máximo valor sea 110 V?

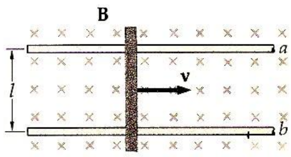

Figura 28-39
Problemas 12 y 14.

12. Una varilla conductora de longitud ℓ, resistencia R y masa m se desliza sobre un par de conductores horizontales sin rozamiento y de resistencia despreciable (Figura 28-39). Existe un campo magnético uniforme **B** perpendicular al plano de los conductores. La varilla se mueve con velocidad inicial v_0 cuando los puntos a y b se conectan mediante un conductor de resistencia despreciable. (a) Hallar la fuerza retardatriz que actúa sobre la varilla. (b)

Demostrar que la velocidad viene dada por $v = v_0 e^{-t/T}$, siendo $T = mR/(B\ell)^2$, admitiendo que la conexión entre ab se hace en el instante $t = 0$. (c) Hallar la producción de calor I^2R por efecto de Joule por unidad de tiempo y demostrar que el calor total producido es igual a $^1/_2 m v_0^2$.

13. En el circuito de la Figura 28-33 la corriente vale $I_0 = 4{,}0$ A cuando se cierra el interruptor S_2 y se abre el S_1. La autoinducción vale 50 mH y la resistencia 150 Ω. (a) Hallar la razón de producción de calor I^2R por efecto Joule en función del tiempo y (b) calcular el calor total producido. (c) Calcular la energía inicial almacenada en la bobina y demostrar que es igual a la respuesta de la parte (b).

14. Se conecta una batería de fem $\mathcal{E}$ y una resistencia interna despreciable entre los puntos a y b de la Figura 28-39 y se coloca la varilla en reposo sobre los conductores en el instante $t = 0$. (a) Hallar la fuerza que actúa sobre la varilla en función de la velocidad v y escribir la segunda ley de Newton para la varilla cuando tiene una velocidad v. (b) Demostrar que la varilla alcanza una velocidad terminal o límite y hallar una expresión para ella. (c) ¿Cuánto vale la corriente cuando la varilla alcanza su velocidad límite?

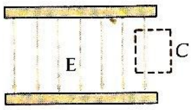

Figura 28-40
Problema 15.

15. Demostrar que el campo eléctrico en un condensador de placas paralelas cargado, no puede anularse bruscamente en los bordes calculando $\oint \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\ell}$ para la curva rectangular indicada en la Figura 28-40 y aplicando la ley de Faraday a esta curva.

16. Demostrar mediante sustitución directa que la Ecuación 28-51 se ve satisfecha por la expresión $Q = Q_0{}^{-Rt/2L} \cos \omega' t$, siendo $\omega' = \sqrt{(1/LC) - (R/2L)^2}$ y Q_0 la carga en el condensador en el instante $t = 0$.

17. (a) Calcular la corriente $I = dQ/dt$ a partir de la solución de la Ecuación 28-51 dada en el Problema 16 y demostrar que

$$I = -I_0 \left(\text{sen}\ \omega' t + \frac{R}{2L\omega'} \cos \omega' t \right) e^{-Rt/2L}$$

en donde $I_0 = \omega' Q_0$. (b) Demostrar que esta expresión puede escribirse

$$I = -\frac{I_0}{\cos \delta} (\cos \delta\ \text{sen}\ \omega' t + \text{sen}\ \delta \cos \omega' t) e^{-Rt/2L}$$
$$= -\frac{I_0}{\cos \delta} \text{sen}\ (\omega' t + \delta) e^{-Rt/2L}$$

en donde tg $\delta = R/2L\omega'$. Cuando $R/2L\omega'$ es pequeña, tenemos cos $\delta \approx 1$ e $I \approx -I_0$ sen $(\omega' t + \delta) e^{-Rt/2L}$.